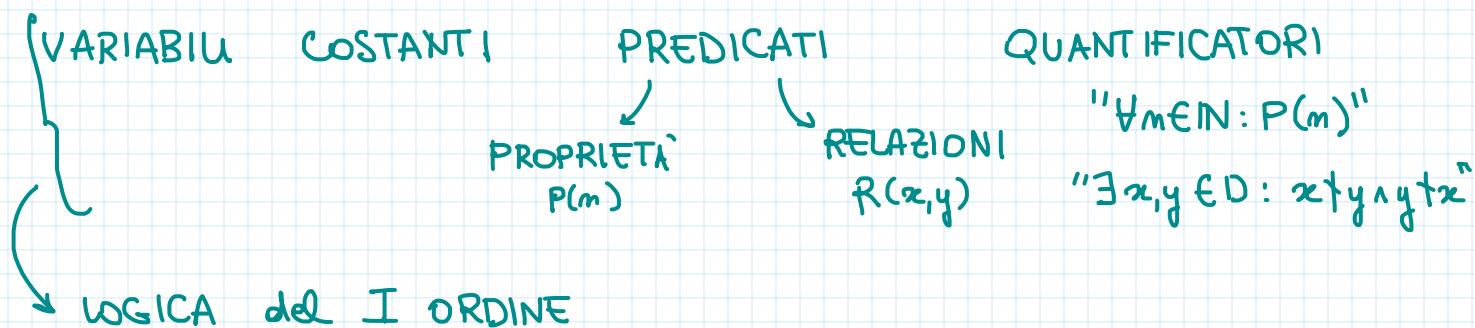


LOGICA PROPOSIZIONALE - SINTASSI



DEFINIZIONE FORMALE della LOGICA PROPOSIZIONALE

1) • Introduzione di un LINGUAGGIO FORMALE (oggetto)
 $\rightarrow$ tramite GRAMMATICA e SINTASSI

2) SEMANTICA del linguaggio oggetto

$\rightarrow$ assegnare un SIGNIFICATO alle frasi
 SINTATTICAMENTE corrette

$\begin{matrix} \nearrow \text{Vera} \\ \searrow \text{Falsa} \end{matrix}$

3) CALCOLO LOGICO parti formali di DEDUZIONE

dipende dalla notazione

$$a, b \vdash a \wedge b$$

Def: Si dice ALFABETO e si indica con A un insieme t.c.:

$$\rightarrow A \neq \emptyset$$

$$\rightarrow |A| = m \quad (A \text{ finito})$$

Gli elementi di A sono detti SIMBOLI

Def: Si dice STRINGA tratta da un ALFABETO A ogni
SUCCESSIONE FINITA di simboli di A .

↓
 giustapposizione
 concatenazione

$$A = \{\cancel{0}, 1, 2, 3\}$$

Si indica con ϵ la STRINGA VUOTA. $\epsilon = "" = ''$

Si indica con A^* l'insieme di TUTTE le stringhe di A .

HW: • fare alcuni esempi di stringhe di $A = \{0, 1\}$
 e alcuni esempi di NON-stringhe 012 No

- Quante stringhe POSSIBILI ci sono su $A = \{0, 1\}$
 ovvero $|A^*|$?

$$\sigma: A^* \rightarrow \mathbb{N}$$

biunivoca

$$|A^*| = \aleph_0$$

Def: Sia $s \in A^*$ una stringa. Si dice **LUNGHEZZA** di s il valore:
 $l(s)$ dato da: $l: A^* \rightarrow \mathbb{N}$

$$\begin{cases} l(\epsilon) = 0 \\ l(sc) = l(s) + 1 \end{cases} \quad c \in A, s \in A^*$$

oss: Se $c \in A$ ($c \in A^*$) allora $l(c) = 1$

Si può vedere come ϵc dunque: $l(\epsilon c) = l(\epsilon) + 1 = 1$

Def: ALFABETO A del LINGUAGGIO della LOGICA PROPOSIZIONALE

1. SIMBOLI ATOMICI di PROPOSIZIONE: $p, q, r, \dots, a, b, c, \dots$

2. SIMBOLI di CONNETTIVO: $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \oplus, \perp$

3. SIMBOLI AUSILIARI: $(,)$

Simbolo
 che denota
 FALSITA'
 o ASSURDO

oss: Esempio Stringhe $\mathcal{A}^*$: $((\perp \neg p \vee) \Rightarrow \oplus a) \in \mathcal{A}^*$

Def: L'insieme delle FORMULE BEN FORMATE (FBF) del linguaggio proposizionale è:

1. Per ogni proposizione atomica $p \in \mathcal{A}$, allora $p \in \text{FBF}$

2. $\perp \in \text{FBF}$

3. Se $x \in \text{FBF}$, allora $\neg x \in \text{FBF}$

4. Se $x, y \in \text{FBF}$, allora

$x \wedge y \in \text{FBF}$

$a \wedge b$

$x \vee y \in \text{FBF}$

$c \Rightarrow "y"$

$x \Rightarrow y \in \text{FBF}$

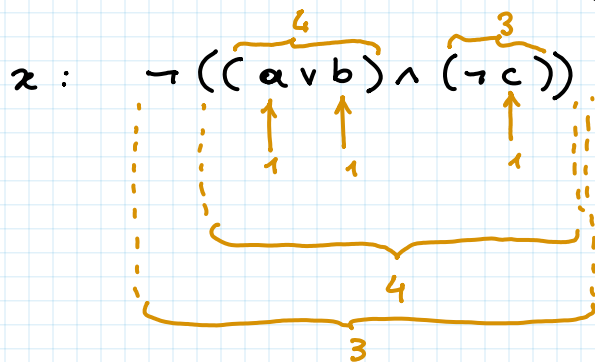
$c \Rightarrow (a \wedge b) \quad (c \Rightarrow a) \wedge b$

$x \Leftrightarrow y \in \text{FBF}$

$x \oplus y \in \text{FBF}$

Le FBF sono TUTTE e SOLE quelle definite da 1., 2., 3., 4.

ESEMPIO: $x \in \text{FBF}$, $a, b, c \in \mathcal{A}$ (prop. atomiche)

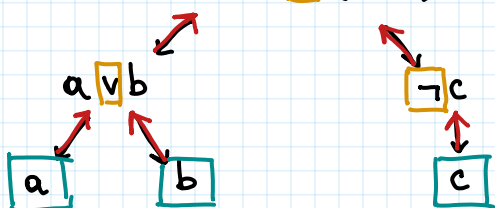


$\neg((a \vee b) \wedge (\neg c))$

CONNETTIVO PRINCIPALE: $\neg$
"RADICE" dell'albero

$(a \vee b) \wedge (\neg c)$

CONNETTIVO PRINCIPALE: $\wedge$



CASO BASE "FOGLIE" dell'albero

PRECEDENZE nei CONNETTIVI

$\neg < \wedge < \vee < \Rightarrow$

$$\underbrace{\neg c \vee b}_{1^\circ} \neq \underbrace{\neg(c \vee b)}_{1^\circ}$$

2° 2°

$\square$: connettivi principali

PRINCIPIO di INDUZIONE STRUTTURALE su FBF

Sia P una proprietà su FBF, si dice che

$\forall x \in \text{FBF} : P(x)$ vale:

1. $\forall a \in \text{FBF}$ ^{proposizione} formula atomica, vale $P(a)$ } CASI BASE

2. Vale $P(\perp)$

3. $\forall x \in \text{FBF} : P(x) \Rightarrow P(\neg x)$

4. $\forall x, y \in \text{FBF} : (P(x) \text{ e } P(y)) \Rightarrow (P(x \wedge y),$

$P(x \vee y),$

$P(x \Rightarrow y),$

$P(x \Leftrightarrow y),$

$P(x \oplus y))$ } PASSO INDUTTIVO

ESEMPLI:

$x : (a \wedge \neg b) \wedge (a \vee c) \in \text{FBF} \quad (\in \mathcal{A}^*)$

$y : a \Rightarrow (\neg \perp \vee c) \in \text{FBF} \quad (\in \mathcal{A}^*)$

$z : p \neg \vee q a \perp \in \mathcal{A}^*$

