

- Gli elementi NON sono necessariamente OMOGENEI
- Gli elementi NON sono necessariamente ORDINATI

$$\{15, 6, \diamond, \clubsuit, a\} = \{a, 6, 15, \spadesuit, \heartsuit\} = \{a, a, a, 6, 15, \diamond, \clubsuit\}$$

## RELAZIONE di APPARTENENZA

è un predicato BINARIO (relazione)

$R(x, A): "x \in A"$  si legge " $x$  appartiene ad  $A$ "

$R(x, A)$  è VERA se  $x$  è un ELEMENTO dell' INSIEME  $A$

$$\neg R(x, A) : "x \notin A"$$

Posso definire un INSIEME per

• Exercitatione  $A = \{1, 2, 3, \dots\}$  ,  $B = \{1, 4, 9, \dots\}$

• Proprietà  $C = \{x \cdot P(x)\}$

ESEMPIO  $C = \{x : x \text{ è un felino}\}$

$$C = \{x \mid P(x)\} \equiv \forall x : (x \in C) \Leftrightarrow P(x)$$

$$E = \{x : \underbrace{x \text{ è un elefante rosa}}_{P(x)}\} = \emptyset \quad \text{INSIEME VUOTO}$$

III  
 $E(x) \wedge R(x)$   
 ↑                      ↑  
 elefante              rose

INSIEME VUOTO

 $\emptyset$ 

ZERO ELEMENTI

INSIEME SINGOLETTO

 $\{a\}, \{1\}, \{\diamond\} \dots$ 

1 ELEMENTO

ESEMPLI  $x \in$  :

$x \in \emptyset$  ?  $\rightarrow$  Si  
 $\rightarrow$  No è sempre FALSA : è una CONTRADDIZIONE

$x \notin \emptyset$  è sempre VERA, è una TAUTOLOGIA

$a \in \{a\}$  ?  $\rightarrow$  Si  
 $\rightarrow$  No

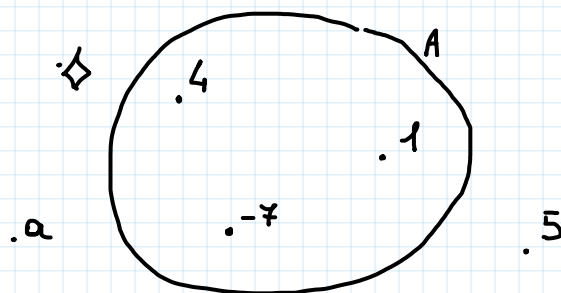
$\{a\} \in \{a\}$  ?  $\rightarrow$  Si  
 $\rightarrow$  No

$A \in A$  in generale è FALSO

$A \notin A$  in generale è VERO

RAPPRESENTAZIONE degli INSIEMI

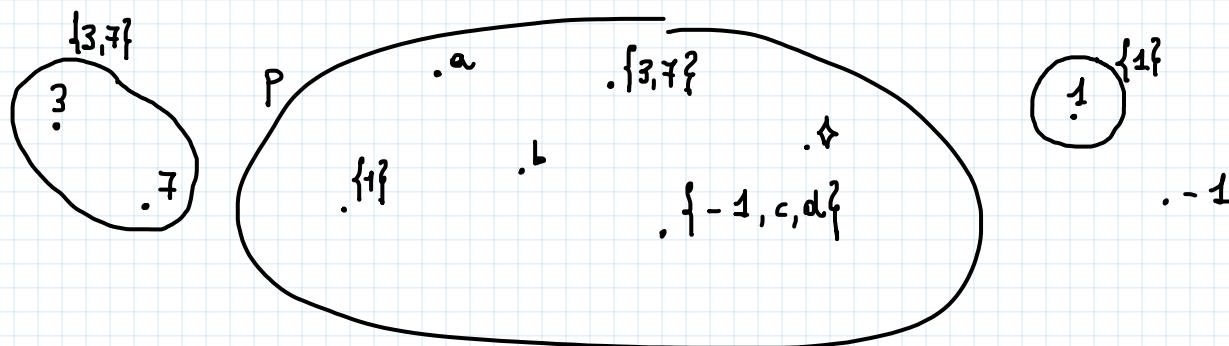
$A = \{4, 1, -7\}$

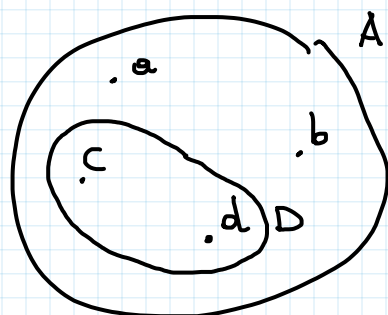


Gli elementi di un INSIEME possono essere INSIEMI a loro volta

$P = \{a, \{1\}, \{3, 7\}, b, \diamond, \{-1, c, d\}\}$

ESEMPIO

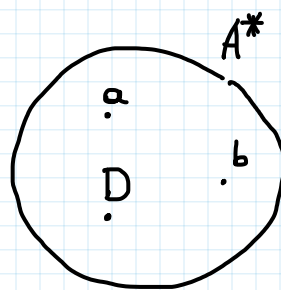




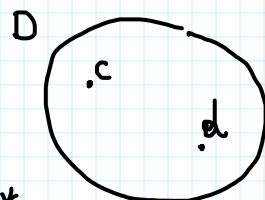
$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$\begin{aligned} c &\in A \\ d &\in A \\ D &\subseteq A \end{aligned}$$

$$A \neq A^*$$



$$A^* = \{a, b, D\}$$



$$D = \{c, d\}$$

$$\begin{aligned} c &\notin A^* \\ d &\notin A^* \\ D &\subseteq A \end{aligned}$$

$$D \not\subseteq A$$

## RELAZIONE di INCLUSIONE

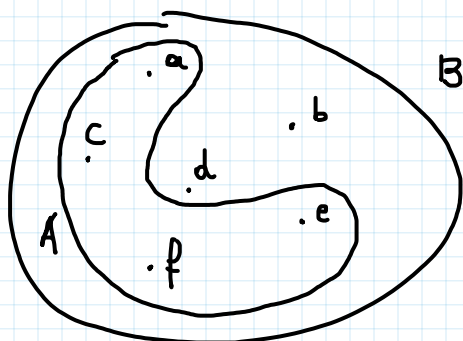
è un predicato BINARIO (relazione)

$I(A, B) : "A \subseteq B"$  si legge "A è contenuto<sup>in</sup> o uguale a B"

Definizione:

$$A \subseteq B \equiv \forall x : (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

ESEMPIO:



$$B = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$A = \{a, c, e, f\}$$

↪  $\in B$  ? Se  $\bar{n}$ ,  
 $A \subseteq B$

Regola di DEDUZIONE: "Se  $x \in A$  e inoltre  $A \subseteq B$ , allora  $x \in B$ "

$$a \in A \wedge A \subseteq B \text{ allora } a \in B$$

Def: Se  $A \subseteq B$  si dice che  $A$  è un **SOTTOINSIEME** di  $B$   
 (Se  $A \in B$  si dice che  $A$  è un **ELEMENTO** di  $B$ )

## PARADOSSI

$X$  è un insieme. Mi chiedo  $X \in X$ ?

$A$  è un insieme. Mi chiedo  $A \in X$ ?

Domande lecite

$P(X): "X \notin X"$      $\neg P(X) = "X \in X"$

$R = \{X : X \notin X\}$     finora è lecito

$E = \{X : X \in X\}$

Come usare questi insiemi?

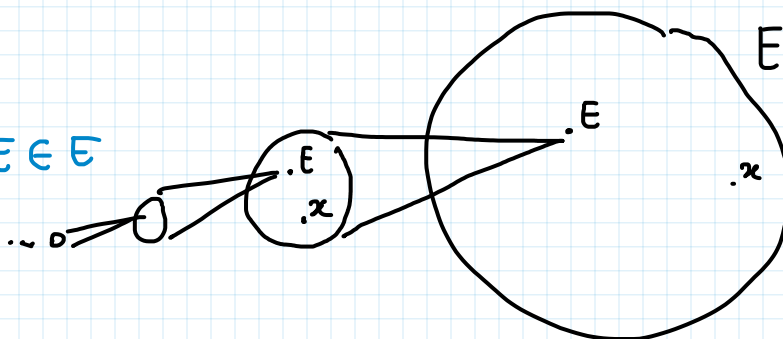
1)  $E \in E$ ?  $\rightarrow$  Sì  
 $\rightarrow$  No

2)  $R \in R$ ?  $\rightarrow$  Sì  
 $\rightarrow$  No

1) Se  $E \in E$  vale la proprietà con cui ho def. l'insieme nell'elemento che sto TESTANDO

$X \in E$ ?  $\leadsto \neg P(X)$   
 $X \in X$ ?

$E \in E$ ?  
 $\{X : X \in X\}$



2)  $R = \{X : X \notin X\}$

• Se  $R \in R$  allora  $R \notin R$

• Se  $R \notin R$  allora  $R \in R$

$p \Rightarrow \neg p$   
 $\neg p \Rightarrow p$  } CONTRADDIZIONE  
 $\perp$

PARADOSSO

\* Non è lecito scrivere  $\{X : X \notin X\}$  e  $\{X : X \in X\}$ .